

Bład w aksjomacie o równoległych geometrii nieeuklidesowej

1. Aksjomat o równoległych geometrii Euklidesa mówi: na płaszczyźnie przez punkt nie leżący na danej prostej można poprowadzić tylko jedną prostą, która z nią się nie przecina. Z tego wynika jednoznaczna definicja równoległości: prosta równoległa to jest taka prosta leżąca na tej samej płaszczyźnie co dana prosta, różna od niej, która z nią się nie przecina.

1a. Jeśli a , b , c są różnymi prostymi leżącymi na płaszczyźnie, przy tym $a//c$ i $b//c$, to $a//b$. (Żadne z prostych a , b , c ze sobą się nie przecinają.)

2. Aksjomat o równoległych geometrii nieeuklidesowej mówi: na płaszczyźnie przez punkt nie leżący na danej prostej można poprowadzić co najmniej dwie różne proste, które z nią się nie przecinają. Ten aksjomat mówiąc o nieprzecinaniu się prostych z daną prostą definiuje tym, że również w tym przypadku równoległość polega na nieprzecinaniu się prostych.

2a. Jeśli a , b , c są różnymi prostymi na płaszczyźnie, przy czym proste a i b zgodnie z aksjomatem przechodzą przez punkt P , nie leżący na prostej c , przy czym $a//c$ i $b//c$, to $a//b$. Proste a i b , przechodząc przez punkt P , nie przecinają się z prostą c (a i b są równoległe do c), ale przecinają się ze sobą w punkcie P (choć również są równoległe do siebie).

3. Aksjomat o równoległych geometrii nieeuklidesowej eksponuje tę samą cechę (równoległość) w dwojaki sposób: jako polegającą na nieprzecinaniu się ze sobą prostych i jako polegającą na przecinaniu się ze sobą prostych, nie mówi zatem o tej cesze niczego konkretnego i jednoznacznego. Z tego względu nie wiadomo w istocie, czy mówi on o cesze (równoległości), że jej główną istotą jest przecinanie się ze sobą prostych (co jest nową właściwością), czy ich nieprzecinanie się (czyli właściwość znana wcześniej).

4. Jeżeli przyjąć, że aksjomat o równoległych geometrii nieeuklidesowej wprowadza nową cechę (równoległość), która ma polegać na dowolności, czyli że linie mogą ze sobą się przecinać, ale niekoniecznie, to wówczas nie mówi on ani o liniach prostych, ani o ich równoległości, lecz o dowolnych liniach. Opisuje on zatem pewną sytuację używając do tego celu niewłaściwych pojęć.

Bogdan Szenkaryk "Pinopa"

Riposta uczonego - fragment listu (wywód autentyczny)

Całe osiągnięcie Łobaczewskiego i spółki (był w to wmieszany m.in. Gauss, który prawdopodobnie doszedł do tych samych wyników wcześniej, ale przestraszył się, cytując: "krzyku Beotów" - mieszkańcom Beocji nie przypisywano zdaje się nadmiernej inteligencji) polega na tym, że jeśli będziemy stosować pojęcia prostej i płaszczyzny w taki sposób jak u Euklidesa i założymy wszystkie aksjomaty poza aksjomatem o równoległych, to te pozostałe aksjomaty będą spełnione i żadnej sprzeczności się nie uzyska. Innymi słowy jedyna sprzeczność geometrii Łobaczewskiego z aksjomatami Euklidesa dotyczy "aksjomatu o równoległych". I tu dochodzimy do sedna: po co w ogóle takie coś rozważać?

Otóż przez wiele lat po ukazaniu się "Elementów" wiele osób uważało, że system aksjomatów Euklidesa jest nadkompletny, tzn. można na gruncie czystej logiki WYWNIOSKOWAĆ aksjomat o równoległych z pozostałych aksjomatów. Mnóstwo ukazało się "dowodów", ale we wszystkich wcześniej czy później znajdowano bład (niektóre zostały zapomniane, ale obecnie wiadomo, że musiały być fałszywe). Albowiem: konstrukcja Łobaczewskiego wykazuje, że istnieje twór, w którym spełnione są pozostałe aksjomaty Euklidesa. Gdyby więc dało się wywieść kontrowersyjny aksjomat z pozostałych w geometrii Euklidesa, to w ten sam sposób dałoby się wywieść jego analog w tworze Łobaczewskiego. Tymczasem w strukturze Łobaczewskiego analog aksjomatu o równoległych nie jest prawdziwy, co łatwo wykazać, zatem nie można go wywieść z pozostałych, które są prawdziwe (z prawdy nie sposób wywieść fałszu na gruncie logiki). Powstała sprzeczność DOWODZI, że nie można na gruncie samej logiki wywieść piątego aksjomatu Euklidesa z pozostałych. Jest to fakt niebagatelny, nad którym wielu ludzi sobie głowy łamało.

Jeszcze "trzy grosze" pinopy

Kiedy będziecie czytać tekst: "Kwintesencja: Aksjomat o równoległych wynika z aksjomatu o prostej", zastanówcie się, proszę, nad "ripostą uczonego".